

國立臺中文華高級中學 101 學年度
數理暨語文資賦優異學生鑑定—第一階段數學科試題題目卷

測驗說明:

一、本試題分題目卷及答案卷，須在答案卷作答始計分。

二、題目卷共分兩個部份，第一部份為四擇一的單選題，每題 3 分；第二部份為填充題，每題 5 分，若該題有兩個答案，須全對才給分。

三、請利用題目卷空白處(包含背面)計算，不要用答案卷計算。

一、單選題：(每題 3 分，共 30 分)

1. 甲、乙、丙、丁為 2012 英倫奧運的四名短跑選手，針對此次比賽四人分別做出以下預測：

甲說：我是最後一名。

乙說：我絕不會是最後一名。

丙說：我不是第一名也不是最後一名。

丁說：我一定是第一名。

已知比賽結果沒有並列名次，且發現四人中僅有一人預測錯誤，則此次比賽的冠軍是(A)甲 (B)乙 (C)丙 (D)丁。

2. $\sqrt{2012^2 + 2012 + 2013} =$ (A)2012 (B)2013 (C)2014 (D)2015。

3. 若四位數『aabb』是某一整數的平方(a、b 為小於 10 的正整數)，則 a 為(A)5 (B)6 (C)7 (D)8。

4. 從 n 個連續正整數 1、2、3、 \dots 、 n 中，刪去一個數後，若剩下 $(n-1)$ 個數的總和為 2012，則那個刪去的數為(A)4 (B)18 (C)35 (D)63。

5. 某砂石場有編號 1 至 511 的沙袋，已知這些沙袋的重量滿足：“由 k 號袋開始，連續 k 袋的重量和為 100 公斤，其中 k 為任意的正整數”，(例如： $k=4$ 時，則 4 號、5 號、6 號、7 號這四個沙袋的重量和為 100 公斤)，則這 511 個沙袋的總重量為多少公斤？(A)700 (B)800 (C)900 (D)1000。

6. 若 $a = 10^{2012} - 2012$ ，則 a 的各位數字的和是(A)18072 (B)18095 (C)18104 (D)18113。

7. 在座標平面上的點，若 x 、 y 座標皆為整數，則稱此點為格子點。設 $A(23, -18)$ 、 $B(-22, 45)$ ，則 \overline{AB} 上的格子點(包含 A 、 B)有幾個？(A)8 (B)9 (C)10 (D)11。

8. 若 $1 \times 3 \times 5 \times 17 \times 257 + 1 = m^n$ ，其中 m 、 n 為正整數，則數對 (m, n) 的解有幾組？(A)2 (B)3 (C)4 (D)5。

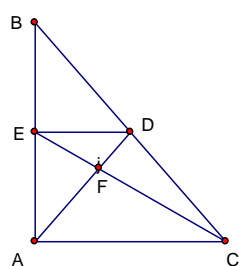
9. $1^1 + 2^2 + 3^3 + \dots + 2012^{2012}$ 除以 4 的餘數為(A)0 (B)1 (C)2 (D)3。

10. 在 1^2 、 2^2 、 3^2 、 \dots 、 2012^2 這 2012 個數中，十位數字為奇數的數共有多少個？(A)400 (B)402 (C)404 (D)406。

二、填充題：(每題 5 分，共 70 分，若該題有兩個答案，全對才給分)

1. 若 $\frac{ab}{a+b} = 1$ ， $\frac{bc}{b+c} = 2$ ， $\frac{ca}{c+a} = 3$ ，則 $a =$ _____。

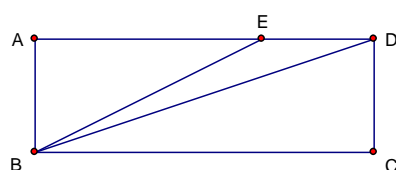
2. 直角 $\triangle ABC$ 的面積為 90，且 $\angle BAC = 90^\circ$ ， \overline{AD} 是斜邊上的中線，過 D 作 $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ 於 E 點，連接 \overline{CE} 交 \overline{AD} 於 F ，則 $\triangle AFE$ 的面積為_____。



3. 台北 101 是全台最高的大樓，已知 101 可寫成兩個正整數的平方差，試求這兩個正整數為_____。

4. 設 $f(x)$ 表示 x 的非整數部份，如： $f(\frac{2}{3}) = \frac{2}{3}$ ， $f(\frac{3}{3}) = 0$ ， $f(\frac{4}{3}) = \frac{1}{3}$ 。則 $f(\frac{1}{503}) + f(\frac{2}{503}) + f(\frac{3}{503}) + \dots + f(\frac{2012}{503})$ 為_____。

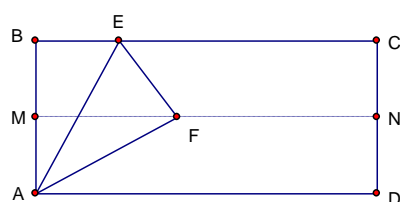
5. 如圖， $ABCD$ 是一個長寬比為 3:1 的長方形， $\overline{AE}:\overline{ED} = 2:1$ ，則 $\angle EBC + \angle DBC =$ _____。



6. 若 $f(x) = \frac{2012}{x+1}$ ，則 $f(2) + f(5) + f(8) + f(11) + f(14) + f(\frac{1}{2}) + f(\frac{1}{5}) + f(\frac{1}{8}) + f(\frac{1}{11}) + f(\frac{1}{14})$ 的值為_____。

7. 設 a 為正整數，若 $\sqrt{a-10} + \sqrt{a+17}$ 亦為正整數，則 a 為_____。(兩解)

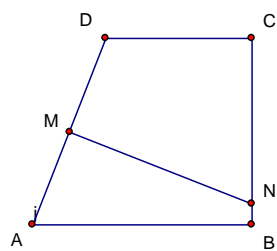
8. 如圖所示，矩形 $ABCD$ 中， M 、 N 分別為 \overline{AB} 、 \overline{CD} 的中點，把頂點 B 摺疊在 \overline{MN} 的一點 F 上，若邊 \overline{AB} 長為 3，則摺痕 \overline{AE} 的長為_____。



9. 有 17 個連續正整數之和恰等於一個質數的立方，試問此 17 個整數中最小的數是_____。

10. 將半徑 2 的半圓周 AB 分成 90 等份，設等分點依次為 P_1 、 P_2 、 \dots 、 P_{89} ，求 $\overline{AP_1}^2 + \overline{AP_2}^2 + \dots + \overline{AP_{89}}^2$ 為_____。

11.如圖， \overline{AB} 平行 \overline{CD} ，M 是 \overline{AD} 中點， $\angle ABC = \angle DMN = 90^\circ$ ，若 $\overline{AB} = 9$ ， $\overline{BC} = 8$ ， $\overline{CD} = 7$ ，則 $\overline{CN} =$ _____。



12.小明自文華高中出發走到酒桶山頂，到達山頂後立即沿原路走回文華高中，共用了 5 小時。已知他在平地每小時走 4 公里，上山每小時走 3 公里，下山每小時走 6 公里，則他共走了_____公里。

13.將 1、2、3、4 四個數字排成四位數，其中 1 不在千位，2 不在百位，3 不在十位，4 不在個位的四位數有_____個。

14.若 $f(x) = x^4 - 15x^3 - 31x^2 - 50x + 3$ ，則 $f(17) =$ _____。