

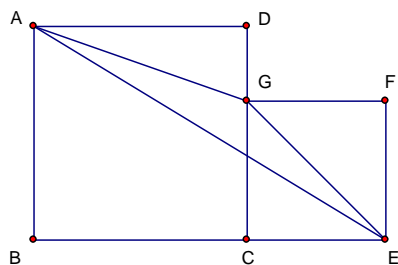
**國立臺中文華高級中學 101 學年度**  
**數理暨語文資賦優異學生鑑定—第二階段數學科試題題目卷**

測驗說明：

- 一、 本試題分題目卷與答案卷，須在答案卷上做答才給分。
- 二、 題目卷共分兩部份，第一部份為填充題，每題 6 分；第二部份為計算題，每題 10 分，須自行標清題號，並詳列計算過程或說明理由，否則不與計分。
- 三、 計算或打草稿請利用題目卷空白處(包含背面)。

一、填充題：(每題 6 分，共 60 分)

1. 如圖， $ABCD$  和  $CEFG$  均為正方形， $B$ 、 $C$ 、 $E$  三點在同一直線上，若  $\triangle AEG$  的面積為 18 平方公分，則正方形  $CEFG$  的邊長為\_\_\_\_\_公分。



2. 設某等差數列前  $5n$  項的和比前  $2n$  項的和多 78，則此等差數列前  $7n$  項的和為\_\_\_\_\_。

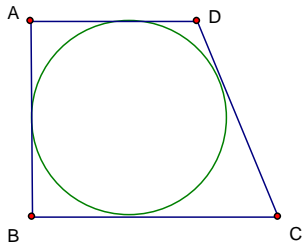
3. 有 2012 個由數字 1 所組成的不同正整數「1」、 $\underbrace{\text{「11」}}_{2\text{個}}$ 、 $\underbrace{\text{「111」}}_{3\text{個}}$ 、...、 $\underbrace{\text{「111...11」}}_{2012\text{個}}$ ，將這 2012 個數相加所得的總和，其末三位數是\_\_\_\_\_。

4. 若  $a = \underbrace{999\dots9}_{2012\text{個}} \times \underbrace{999\dots9}_{2012\text{個}} + \underbrace{1999\dots9}_{2012\text{個}}$ ，則  $a$  末尾連續的「0」有\_\_\_\_\_個。

5.  $[x]$  表示不大於  $x$  的最大整數，如  $[1.5]=1$ ， $[3]=3$ ，試求  $[\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + [\sqrt{3}] + \dots + [\sqrt{50}] =$ \_\_\_\_\_。

6. 已知四邊形  $ABCD$  為邊長 5 的正方形，點  $P$  在  $\overline{AB}$  邊上，且  $\overline{AP}=2$ ，如果點  $Q$  在對角線  $\overline{BD}$  上移動，則  $\overline{AQ} + \overline{PQ}$  的最小值為\_\_\_\_\_。

7.如圖，四邊形  $ABCD$  為梯形，其中  $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\overline{AD} = 4$ ， $\overline{BC} = 8$ ，若梯形  $ABCD$  外切於一圓  $O$ ，則  $\overline{CD} =$ \_\_\_\_\_。



8.設  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 、 $e$  為相異的正整數，將它們兩兩相加後，按從小到大的順序排列分別是 183、186、187、190、191、192、193、194、196、 $x$ ，其中  $x$  大於 196，則  $x =$ \_\_\_\_\_。

9. $(1+\frac{1}{1\times 3})(1+\frac{1}{2\times 4})(1+\frac{1}{3\times 5}).....(1+\frac{1}{1005\times 1007})$  之值為\_\_\_\_\_。

10.將正整數  $N$  接寫在每一個正整數的右邊(例如將 5 接寫在 92 的右邊得 925)，如果得到的新數都能被  $N$  整除，那麼  $N$  稱為魔鬼數，則小於 2012 的正整數中，共有\_\_\_\_\_個魔鬼數。

二、計算題：(每題 10 分，共 40 分)

1.試求函數  $f(x)=(x^2+2x+2)^2+2x^2+4x$  的最小值，並求最小值時的  $x$  值。

2.若  $n$  為正整數，且  $n^4-27n^2+121$  為質數，求  $n$  與此質數。

3.將 1，2， $\cdots$ ，21 如下排成三列，試問從每列中各取一數，使得此三數和為 7 的倍數的方法有幾種？

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21

4.如圖共有 24 個房間，任兩個相鄰的房間皆可相通(如 1 號房與 2 號、6 號房可相通，與 7 號房則不通)，今某人從 24 號房出發，試問他能否在所有房間不重複經過的條件下走完所有房間？試證明或說明你的理由。

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23		24