

**臺中市立文華高級中等學校 110 學年度
學術性向資賦優異 【數理類】學生入班鑑定**

數學實作評量 試題卷

測驗說明：

一、請將答案寫在答案卷上，否則不予計分。

(答案卷請使用藍色或黑色原子筆作答，請勿使用鉛筆。)

二、試題分為兩部份：

第一大題為填充題(共 16 題)：答案須化至最簡形式(最簡分式、根式有理化…等)，否則不予計分，未完全答對者也不予計分。

第二大題為計算證明題(共 3 題)：請清楚標明題號並寫出演算過程(或敘明理由)。

三、試題所附之圖形(比例)僅供參考，不一定代表實際比例大小。

四、答案卷共有兩張(每張皆為雙面)，請勿在填充題之答案卷上書寫任何計算過程或於答案卷上註記與答案無關之符號。

第一大題、填充題：(共16題；每格5分，共80分。)

1. x 為任意實數，則 $(x-2)(x-4)(x-6)(x-8)$ 的最小值為_____。

2. 令十位身高分別為168,169,170,171,172,173,174,175,176,177的學生打散順序重新排成一列，

則由左至右恰有一組相鄰的同學身高是「左高右矮」的排列方法有_____種。(例如：

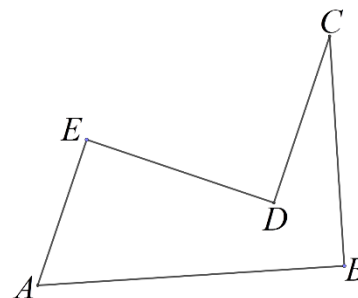
171,174,175,176,177,168,169,170,172,174即是恰有一組相鄰的同學身高是「左高右矮」的排列方法之一。)

3. 求 $2^{110} + 3^{2021} + 5^{4096}$ 乘開求和之後的個位數字為_____。

4. 已知 P 為正三角形 ABC 內部一點，且 P 到 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{CA} 的距離分別為 3、4、5，則 $\triangle ABC$ 的面積為_____平方單位。

5. 已知 P 為正三角形 ABC 內部一點，且 P 到 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{CA} 的垂足分別為 D 、 E 、 F 且 $\overline{AD}=3$ 、 $\overline{BE}=4$ 、 $\overline{CF}=5$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為_____平方單位。

6. 如右圖(示意圖)， $\angle ABC = \angle CDE = \angle DEA = 90^\circ$ ， $\overline{AB}=14$ ， $\overline{AE}=7$ ， $\overline{DE}=9$ ， $\overline{CD}=8$ ， $\overline{BC}=x$ ，則 x 的值為_____。

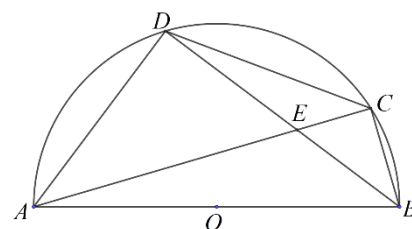


7. 任意凸160邊形，其內角最多有_____個小於160度。

8. 已知 $x + \frac{1}{x} = 3$ ，求 $x^5 + \frac{1}{x^5} =$ _____。

9. 正數 x, y, z 滿足 $\frac{x+y}{7} = \frac{y+z}{15} = \frac{x+z}{12} = xyz$ ，則 $3x+2y+z =$ _____。

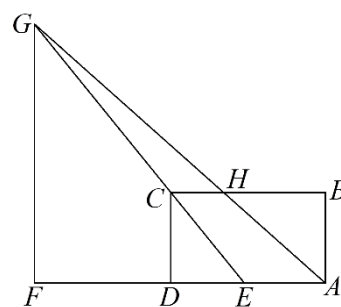
10. 以 O 為圓心，線段 \overline{AB} 為直徑的半圓上， C, D 為半圓上相異兩點。已知 $\widehat{AD} = \widehat{CD}$ 且 \overline{AC} 與 \overline{BD} 兩弦交於 E 點，如圖(示意圖)所示。若 $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{AD} = 6$ ，試求線段 \overline{AE} 的長度=_____。



11. 找一個正整數 a ，使得 $a = \sqrt{2020^2 + 2018 + 2020 + 2022 + 2024}$ ， $a =$ _____。

12. 從不大於 20 的正整數中任挑不同的三個數為一組，滿足由小到大排列後形成等差數列的組數有_____組。

13. 如右圖(示意圖)，在長方形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{AD} = 9$ ，且 H, E 兩點分別在 $\overline{BC}, \overline{DA}$ 上，使得 $\overline{BH} = 6$ ， $\overline{AE} = 5$ 。若直線 AH 與直線 EC 交於點 G ，且點 F 在直線 DA 上，使得 $\overline{GF} \perp \overline{FA}$ ，則 $\overline{GF} =$ _____。



14. 設 a, b 為實數，試求 $a^2 - 2ab + 2b^2 + 6b + 2021$ 的最小值為_____。

15. 從1到10000的正整數中，刪去2的倍數，再刪去3的倍數，再刪去5的倍數，剩餘的所有正整數由小排到大形成一個數列 $\langle 1, 7, 11, \dots, 9997 \rangle$ ，則6109應為此數列中的第_____項。

16. 一袋中有編號為1, 2, 3, 4, \dots , 2021號的2021顆球中，每次從中取出一球，取後不放回，如果取出球的編號會大於前一球的編號，就繼續取下一球，直到取出球的編號小於前一球就停止取球，則到停止取球的時候，至少有取出4個球的機率為_____。

第二大題、計算證明題（共3題；共20分。）

1. 設數列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2021}$ 為任意2021個正整數，將它們重新排序後，得新數列 $b_1, b_2, b_3, \dots, b_{2021}$ ，若 $x = (a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3) \cdots (a_{2021} - b_{2021})$ 。試證明： x 為偶數。（6分）

2. 設有長度為1、2、3、…、9的線段各一條，現在從這9個線段中選取若干個組成一個正方形，並規定當用2個或多個線段接成一條邊時，除線段端點外不許重合、線段不許彎折，則選取的方法有_____種。(7分)

3. 如右圖(示意圖)，四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形， $\overline{AB}=15$ ，過點 D 的圓 O 與 \overline{AB} 、 \overline{CB} 邊分別相切於點 G 、 H ，此圓與 \overline{AD} 、 \overline{CD} 邊的第二個交點分別為 E 、 F ，且 $5\overline{AE}=4\overline{DE}$ ， $8\overline{CF}=\overline{DF}$ ，則 $\overline{BH}=\rule{1cm}{0.4pt}$ 。(7分)

