

國立臺中文華高級中學九十九學年度

數理暨語文資賦優異學生鑑定—成就測驗 數學科試題卷

測驗說明：

本試卷共分三個部分，滿分為 100 分。第一部分為單選題，共 8 題，每題 4 分；第二部分為填充題，共 14 題，每題 4 分；第三部分為計算題，共 2 題，每題 6 分。答錯不倒扣，計算題必須寫出計算(推算)過程，否則不予計分。

一、單選題：

1. $2^{2010} \times 3^2 \times 5^{2012} \times 13$ 之值的所有各位數字總和是下列何者？

(例如：798 的所有各位數字總和為 $7+9+8=24$)

(A) 43 (B) 35 (C) 23 (D) 18

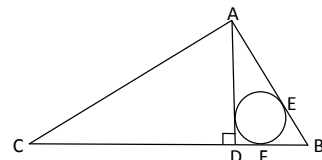
2. 設 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{69}$ 為一等差數列，其公差為 d ，總和為 0，且 $a_{45}=45$ ，則下列何者正確？

(A) $|d| < |a_1|$ (B) $a_2 + a_{68} > 0$ (C) a_1, a_3, a_6, a_9 為一等差數列 (D) $a_{22} = -35$

3. 如圖(一)，已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AC} = 4\sqrt{3}$ ， $\angle CAB = 90^\circ$ ， $\angle B = 2\angle C$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 於 D 點，且 $\triangle ABD$ 之內切圓與 \overline{AB} 、 \overline{BD} 分別切於點 E 、 F ，則下列何者正確？

(A) $\overline{BE} = 6 - 2\sqrt{3}$ (B) 圓面積為 4π (C) $\overline{AC} \times \overline{AB} = \overline{CD} \times \overline{BD}$

(D) $\overline{CD} = 2\sqrt{3}$



圖(一)

4. 在坐標平面上，以原點為圓心，半徑為 2 的圓上的點到直線： $x - y + \sqrt{2} = 0$ 距離為 1 的點有幾個？

(A) 4 個 (B) 3 個 (C) 2 個 (D) 1 個

5. 下列哪一個數可以整除 $3^{12} - 1$ ？

(公式： $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$ ， $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$)

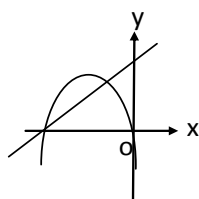
(A) 524 (B) 582 (C) 570 (D) 511

6. 在坐標平面上，若 $\triangle ABC$ 之三頂點座標分別為 $A(2,0)$ 、 $B(4,0)$ 、 $C(4,3)$ ，則 $\triangle ABC$ 之三邊上共有多少點與原點的距離恰為整數？

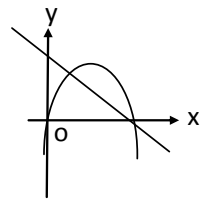
(A) 2 個 (B) 4 個 (C) 6 個 (D) 8 個

7. 若 a 、 b 均為實數，則 $y = ax^2 + bx$ 與 $y = ax + b$ 的圖形可能是下列何者？

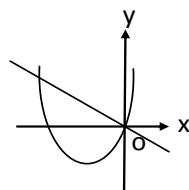
(A)



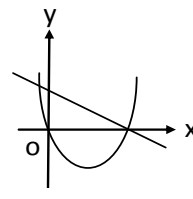
(B)



(C)



(D)



8. 在坐標平面上，若點 $A(a,b)$ 為直線 $L: 3x - 5y = 0$ 上一點，且 A 不為原點，則下列何者不正確？

(A) $a^2 : b^2 = 25 : 9$ (B) $ab > 0$ (C) $\frac{b+2}{a+2} = \frac{5}{9}$ (D) $\frac{a-b}{a+b} = \frac{1}{4}$

二、填充題：

1. 不等式 $|3x - 2| \leq 98$ 的所有整數解的和是_____。

2. 若 $6x^2 + ax + b$ 可分解為 $(cx + 2)(2x - 3)$ ，則 $3a + 2b + c =$ _____。

3. 甲、乙兩人在圓形跑道上從一點 A 分別以每秒 9 公尺、11 公尺的速度同時依相反方向出發，直到兩人同時回到 A 點才停止，則兩人在中途相遇_____次。

4. 若 $\frac{x^3+2x-1}{x^2+x+2} = f(x) + \frac{g(x)}{x^2+x+2}$ ，且 $f(x)$ 與 $g(x)$ 均為一次多項式，則 $f(x) + g(x) =$ _____。

5. 數列 1, 3, 1, 5, 3, 1, 7, 5, 3, 1, ……，則此數列第 100 項為_____。

6. $\sqrt{(5 - \sqrt{47})^2}$ 最接近的整數是_____。

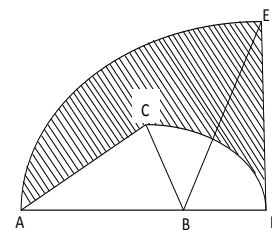
7.如圖(二)， $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 6$ ， $\angle BAC = 30^\circ$ ，將 $\triangle ABC$ 以B點為圓心

順時針旋轉，使C點落在 \overline{AB} 的延長線上D處，則AC邊掃過的陰影部分面積為_____。

8.若 $x = 1 + \sqrt{5}$ ，則 $x^3 - 3x^2 - 22x + 25$ 的值為_____。

9. $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{2010}^2 = 2010 \\ x_1 + x_2 + \dots + x_{2010} = 2010 \end{cases}$ ，則 $x_1 - 2x_2 + 3x_3 - \dots + (-1)^{2009} \cdot 2010x_{2010} =$ _____。

圖(二)



10.已知正三角形ABC的邊長為2，若P為其內部一點，則P點到三邊的距離和為_____。

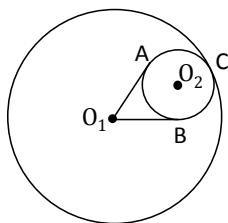
11.已知三角形的每邊都是2010的質因數，則此種不全等的三角形共有_____個。

12.設a,b是從0,1,2,3,4,5,6,7中任意選出的數字，且滿足方程式 $x^2 + ax + b = 0$ 有兩個整數解，則滿足上述條件的數對(a,b)共有_____組解。

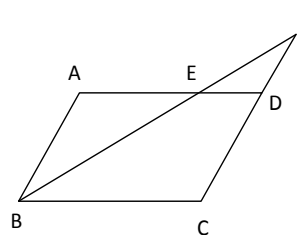
13.如圖(三)，兩圓 C_1 、 C_2 內切於C點，其圓心分別為 O_1 、 O_2 ，半徑為3和1，過點 O_1 作圓 C_2 的切線，切點為A、B，則兩切線段 $\overline{O_1A}$ 、 $\overline{O_1B}$ 及弧ACB的長度和為=_____。

14.如圖(四)，平行四邊形ABCD中， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{AD} = 7$ ， $\angle ABC$ 的平分線交 \overline{AD} 於E，交 \overline{CD} 的延長線於F，

則 $\frac{\text{三角形 ABE 面積}}{\text{平行四邊形 ABCD 面積}} =$ _____。



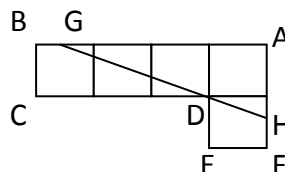
圖(三)



圖(四)

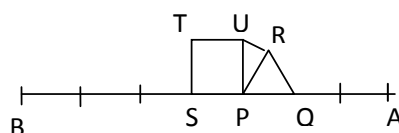
三、計算題：(※每題必須寫出計算過程，否則不予計分)

1.如圖(五)，圖形是由5個邊長為2的正方形拼成，過D點的直線分別與 \overline{AB} 、 \overline{AF} 交於G、H，且此圖被 \overline{GH} 分為等面積的上下兩部分，求 \overline{AG} 和 \overline{AH} 的長？



圖(五)

2.如圖(六)， $\overline{AB} = 24$ ，P在 \overline{AB} 上， \overline{AP} 折成三段圍成正 $\triangle PQR$ ， \overline{BP} 折成四段圍成正方形PSTU，求 $\triangle PRU$ 的最大面積？



圖(六)