

國立臺中文華高級中學 100 學年度
數理暨語文資賦優異學生鑑定—第一階段 數學科試題卷

測驗說明：

本試卷分二個部分(共四頁)，滿分為 100 分。第一部分為單選題，共 10 題，每題 3 分。第二部分為填充題，共 14 題，每題 5 分。可利用試題卷空白處計算，切勿在答案卷上計算!!

一、單選題：

1. 已知西元 N 年的第 200 天為星期日，西元 $N-1$ 年的第 300 天亦為星期日，則西元 $N-2$ 年的第 100 天為星期幾？
(A) 星期六 (B) 星期四 (C) 星期三 (D) 星期二

2. 有一個迷宮共有 16 個隔間(如右圖所示)，且相鄰的隔間皆可互通 (例如： A_1 可通往 A_2 與 A_5 但不能通往 A_6)，已知喜羊羊從隔間 A_1 入口進且走遍所有的隔間，則灰太狼不可能在哪一個隔間出口等到喜羊羊？ (A) A_{16} (B) A_{12} (C) A_5 (D) A_2

A_{13}	A_{14}	A_{15}	A_{16}
A_9	A_{10}	A_{11}	A_{12}
A_5	A_6	A_7	A_8
A_1	A_2	A_3	A_4

3. 排成一排的 2005 個盒子中共有 4010 個小球，其中最左端的盒子中放了 a 個小球，最右端的盒子中放了 b 個小球，如果任意相鄰的 12 個盒子中的小球總數皆為 24 個，則 $a+b=$ (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

4. 小國、小泰、小民、小安去良心商店買糖果，這商店只賣三種糖果，價錢分別是每顆 1 元、4 元、7 元，結帳時，小國說：「我買了 6 顆糖果，應該要付 33 元。」，小泰說：「我買了 7 顆糖果，應該要付 34 元。」，小民說：「我買了 8 顆糖果，應該要付 24 元。」小安說：「我買了 9 顆糖果，應該要付 42 元。」有一人說謊，說謊者並非計算錯誤，請問是誰說謊？ (A) 小國 (B) 小泰 (C) 小民 (D) 小安

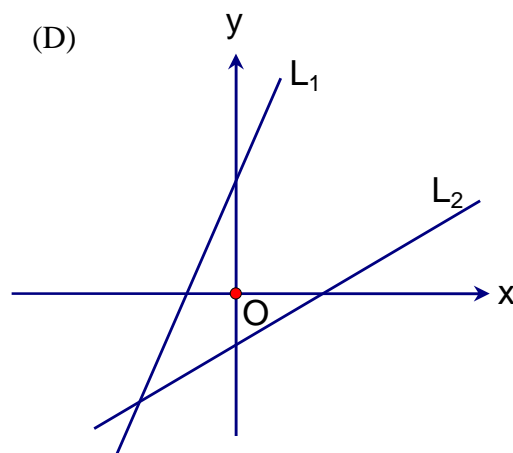
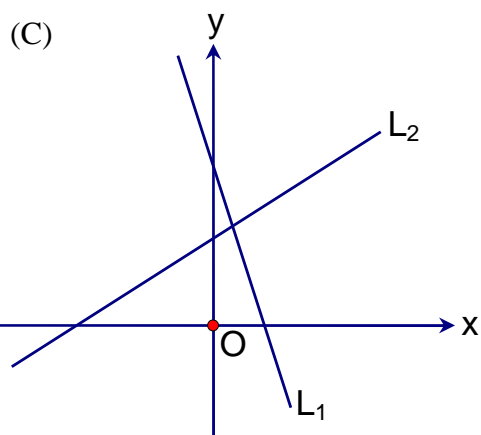
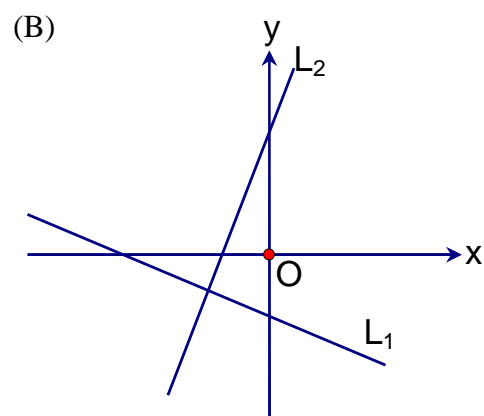
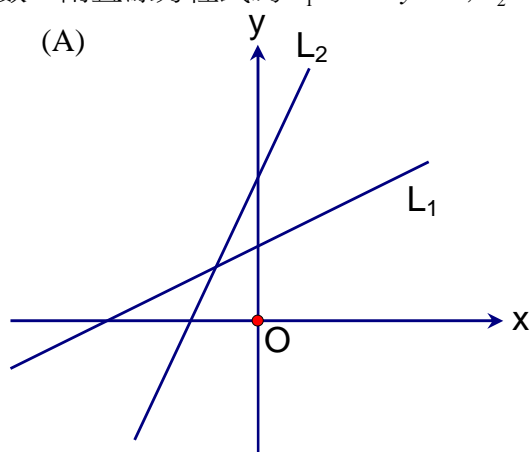
5. 若 α, β 是方程式 $x^2 + x - 4 = 0$ 之兩根，則 $\alpha^3 - 5\beta^2 + 30 =$ (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4

6. 已知 p, q 均為質數，且滿足 $5p^2 + 3q = 59$ ，則以 $p+3$ ， $1-p+q$ ， $2p+q-4$ 為邊長的三角形是何種三角形？
(A) 銳角三角形 (B) 等腰三角形 (C) 鈍角三角形 (D) 直角三角形

7. 等差數列 $\frac{20}{1000}, \frac{23}{1000}, \frac{26}{1000}, \dots$ ，從第幾項開始大於 1？ (A) 326 (B) 327 (C) 328 (D) 329

8. 設 a, b, c 均為正整數，且 $a \leq b \leq c$ ， $a+b+c=15$ ，則以 a, b, c 為邊長的三角形個數為何？ (A) 5 (B) 7 (C) 10 (D) 15

9. 設 a, b 為實數，兩直線方程式為 $L_1: x + ay = b, L_2: ax + y = b$ ，則下列圖形何者正確？



10. 有一數列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}$ ，已知 $a_1 = 2$ ，且對於所有正整數 n 皆滿足 $a_{n+1} = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ ，例如： $a_2 = a_1$ ； $a_3 = a_1 + a_2$ ；

$a_4 = a_1 + a_2 + a_3$ ，則下列何者錯誤？

- (A) $a_5 = 16$ (B) $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_8 = 256$ (C) 對於所有正整數 n 皆滿足 $a_{n+1} = 2a_n$ (D) 若 a_n 為四位數，則 $n \geq 11$

二、填充題：

1. 已知 x 為實數且 $x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ ，則 $5x^{2009} + 6x^{2010} + 7x^{2011} =$ _____。

2. 設 a, b 皆為不等於 0 的實數，若 $|ax - b| = 9$ 的解為 $x = -3$ 或 $x = 6$ ，則數對 $(a, b) =$ _____。

3. 若正整數 x 可以被 11 整除，且 x 的各位數字和等於 11，則 x 的最小值為_____。

4.某車站在檢驗車票前若干分鐘就開始排隊，排隊人數按一定速度增加，如果只開放一個檢驗票口，則需要 20 分鐘驗票隊伍才會消失；如果開放兩個檢驗票口，則 8 分鐘隊伍就能消失，已知驗票速度是一定的，如果同時開放三個檢驗票口，則_____分鐘後隊伍就能消失。

5. 求含有 12 個正因數的自然數中，最小值為_____。

6.將一正方形剪一刀，剪出一個三角形和一個四邊形，若此三角形與四邊形的面積比為 3：5，則三角形與四邊形周長的比值為_____。

7.直線 L 方程式為 $kx + (k+1)y = 1$ ， k 為正整數，若直線 L 與兩坐標軸所圍圖形面積為 S_k ($k=1,2,3,\dots,2000$)，則 $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{2000} =$ _____。

8.用 0,...,9 等 10 個數給一本書的各頁編上頁碼，若共用了 654 個數字，且一天看 20 頁，則_____天可以看完該本書。

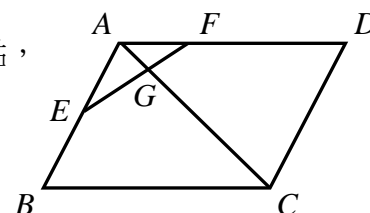
9.若 $(1+2x)^{2011} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2011}x^{2011}$ ，則 $(a_0 - a_1) + (a_0 + a_2) + (a_0 - a_3) + (a_0 + a_4) + \dots + (a_0 - a_{2011}) =$ _____。

10.若 x 為非零實數，且 $\frac{3x+2}{x^2+x+1} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x^2} + \frac{c}{x^3} + \frac{d}{x^4} + \frac{ex+f}{x^4(x^2+x+1)}$ ，則 $a+b+c+d+e+f =$ _____。

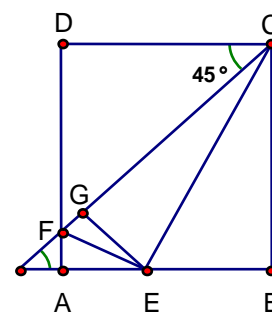
11. 若 $x > 0$ ， $y > 0$ ，且 $2x^2 + 3xy - 2y^2 + 8x - 4y = 0$ ，則 $\frac{4x+y}{3x-y} =$ _____。

12. 平行四邊形 $ABCD$ 中(如右圖)， E 、 F 分別是 \overline{AB} 、 \overline{AD} 上的點，且 \overline{AC} 與 \overline{EF} 交於 G 點，

$$\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}} = \frac{1}{2}, \frac{\overline{AF}}{\overline{AD}} = \frac{1}{3}, \text{ 則 } \frac{\overline{AG}}{\overline{AC}} = \text{_____}。$$



13. 已知矩形 $ABCD$ ， E 、 F 分別為 \overline{AB} 與 \overline{AD} 邊上一點，且 $\overline{AE} = 2$ ， $\overline{BE} = 3$ ， $\overline{AF} = 1$ ， $\overline{FD} = 5$ ， $\overline{EG} \perp \overline{CF}$ ，垂足為 G ，則 $\overline{CG} \cdot \overline{FG} =$ _____。



14. 有 A 、 B 、 C 、 D 四人參加校內數學競試，已知 B 的分數大於 A 、 D 兩人的分數總和； A 、 B 兩人的總分等於 C 、 D 兩人的總分； B 、 D 兩人的總分小於 A 、 C 兩人的總分，則此四人的分數由高到低依次為_____。